

FINALE INTERNATIONALE 2025 jour 1

DÉBUT TOUTES CATÉGORIES

1. Les amis d'Antoine (coefficient 1)

Antoine a beaucoup d'amis.

15 de ses amis aiment résoudre des sudokus, et 18 aiment les opérations codées.

Si on sait que 3 de ses amis aiment les deux types de jeux, combien Antoine a-t-il d'amis qui aiment les jeux (sudokus ou opérations codées) ?

2. Rectangles pas carrés (coefficient 2)

Dans cette figure on peut compter huit carrés : six petits et deux plus grands.



Mais combien peut-on compter de rectangles entièrement dessinés qui ne sont pas des carrés ?

3. Code (coefficient 3)

Zoé choisit pour son téléphone un code de quatre chiffres différents qui ont les propriétés suivantes :

- la somme des quatre chiffres est égale à 25 ;
- le premier chiffre est égal à 1 ;
- trois des chiffres sont consécutifs (se suivent) ;
- Les quatre chiffres sont écrits dans l'ordre croissant (du plus petit au plus grand).

Quel est le code choisi par Zoé ?

4. Les couleurs à croquer (coefficient 4)

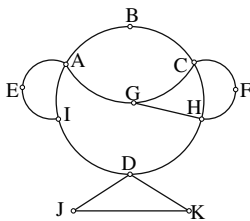
Magda a préparé un bracelet de bonbons pour sa sœur. Il y avait 15 bonbons de 3 couleurs différentes, avec autant de bonbons de chaque couleur. Sur ce bracelet, deux bonbons voisins n'étaient jamais de la même couleur. En rentrant, Magda a mangé tous les bonbons rouges et au moins un autre.

Quel est le plus grand nombre de bonbons qui peuvent rester sur le bracelet, si deux bonbons voisins sont toujours de couleurs différentes ?

5. Ligne de bus (coefficient 5)

Sur ce plan, un bus doit passer sur toutes les routes qui relient les arrêts notés A à K et il peut passer plusieurs fois sur un même arrêt.

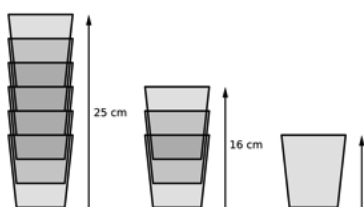
De quel arrêt doit-il partir si le bus doit passer sur toutes les routes et une seule fois sur chacune ? On notera tous les départs possibles.



FIN CATÉGORIE CE

6. Les verres (coef. 6)

Six verres empilés ont une hauteur totale de 25 cm alors que trois verres empilés ne



mesurent que 16 cm.

Quelle est la hauteur en cm d'un seul verre ?

7. Tunisie (coefficient 7)

Chaque lettre du mot TUNISIE est remplacée par 1 chiffre et 2 lettres différentes sont remplacées par des chiffres différents. On sait que :

- I est égal à 1 ;
- il n'y a qu'un seul chiffre impair autre que 1 ;
- deux chiffres impairs ne sont pas écrits côte à côte ;
- la somme des chiffres est égale à 25.

Quelle est la plus grande valeur possible pour le mot TUNISIE ?

8. Le carré des chanceux (coefficient 8)

Un carré 4×4 est rempli de nombres tous différents. Le carré porte bonheur si les nombres sont rangés en ordre croissant :

14	2	5	8
13	12	9	4
10	7	15	20
1	16	19	17

- de gauche à droite dans chaque ligne ;
- de haut en bas dans chaque colonne.

On peut permuter deux cases si elles sont :

- voisines (côte à côte, horizontalement ou verticalement) ;
- ou opposées (première et dernière case d'une même ligne ou colonne).

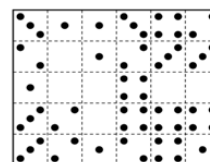
Quel est le plus petit nombre de permutations nécessaires pour que le carré porte bonheur ?

FIN CATÉGORIE CM

Problèmes 9 à 18 : Attention ! Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez donner le nombre de ses solutions, et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une !).

9. Dominosa (coefficient 9)

Le jeu de dominos de Tom se compose des 15 dominos dont les points vont du double-zéro au double-quatre. Il les a rangés dans leur boîte avec la disposition suivante.



Tracez le contour de tous les dominos doubles (0-0 ; 1-1 ; 2-2 ; etc.).

10. Que de taches ! (coefficient 10)

Mathilde a divisé un nombre à 4 chiffres par 11, mais Mathias a fait des taches sur son cahier.

$$\begin{array}{r} 25 \\ 11 \overline{) 25} \end{array} = \text{taches}$$

Quel est le résultat de la division sachant que ce résultat est exact et qu'il est divisible par 3 ?

11. Les années Janus (coefficient 11)

Lorsqu'on écrit 1961 en chiffres bâtons sur une feuille, peu importe comment on tourne la feuille il se lira toujours 1961. Ce n'est pas le cas du nombre 2025, qui peut se lire 5202 si on le regarde du mauvais côté, ni de 7130 qui se lira 0E1L ou OEIL. Les nombres tels que 1961 qui présentent deux fois le même visage sont appelés nombres Janus.

Combien y a-t-il eu d'années Janus depuis l'an 1 (an 1 compris) jusqu'en 2025 ?

Une année ne commence jamais par zéro.

FIN CATÉGORIE C1

12. Ses deux nombres préférés (coefficient 12)

Le produit des deux nombres préférés de Mathias égale 2 fois leur somme, et 3 fois leur différence positive.

Donnez le couple (a ; b) avec $a < b$.

13. La cheffe Émisme (coefficient 13)

Une cheffe cuisinière talentueuse a inventé une nouvelle cuisson d'œuf. Il faut le cuire exactement sept minutes. Un client pressé en commande un. Mais la cheffe a oublié son minuteur. Heureusement, dans son placard, elle trouve trois sabliers de respectivement 6, 10 et 15 minutes.

Dans combien de temps au minimum pourra-t-elle servir un œuf parfaitement cuit à ce client ?

Note : Lorsqu'on retourne un sablier, on le laisse se vider entièrement.

14. À la recherche de certains nombres ... (coef. 14)

Je suis un nombre décimal plus grand que 1, et je peux être écrit sous forme d'une fraction irréductible a/b vérifiant $ab = 12\,600$. **Retrouvez-moi !**

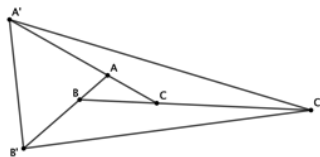
On répondra sous la forme d'un nombre décimal. On rappelle qu'un nombre décimal est un nombre qui s'écrit en base 10 avec un nombre fini (éventuellement nul) de chiffres après la virgule.

FIN CATÉGORIE C2

15. Comparaison de triangles (coefficient 15)

À partir d'un triangle ABC, on construit le triangle A'B'C' de la manière suivante :

- A' est situé sur la demi-droite CA tel que $A'A = 2AC$;
- B' est situé sur la demi-droite AB tel que $B'B = 2BA$;
- C' est situé sur la demi-droite BC tel que $C'C = 2CB$.



Quel est le rapport de l'aire du triangle A'B'C' avec l'aire du triangle ABC ? Note : on donnera la réponse sous forme de fraction irréductible.

16. Pyramides entières (coefficient 16)

En l'an - 2025, le Pharaon aimait les nombres entiers. Pour son anniversaire, il reçoit une collection de petites pyramides à base triangulaire dont les longueurs de chacune des six arêtes sont des nombres entiers de centimètres. De plus, le produit de ces six nombres fait toujours au plus 2025, et les 4 faces sont des triangles strictement acutangles (les trois angles font strictement moins de 90°).

Combien reçoit-il de pyramides différentes au maximum ?

Deux pyramides sont considérées comme identiques si elles peuvent être obtenues l'une à partir de l'autre par rotation ou symétrie.

FIN CATÉGORIES L1, GP

17. Des fractions qui ont du neuf (coefficient 17)

Mathias commence à écrire les fractions $3/2$, $5/4$, $17/16$, où chaque dénominateur est le carré du dénominateur précédent, et chaque numérateur est un de plus que le dénominateur. Il les multiplie entre elles, et trouve le décimal 1,9921875, qui s'écrit avec deux chiffres 9 immédiatement après la virgule. Il décide alors de continuer à écrire sa suite de fractions, et à calculer le produit de toutes les fractions qu'il a écrites. Il s'arrête dès que l'écriture décimale du produit comporte au moins 2025 chiffres 9 immédiatement après la virgule.

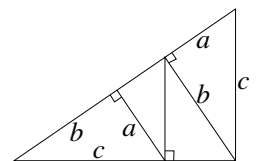
Combien a-t-il écrit de fractions au total ?

Si nécessaire, on prendra 0,301 pour le logarithme de 2 en base 10.

18. Triangles semblables (coefficient 18)

Tous les triangles sont rectangles et semblables. Les 2 triangles situés aux extrémités sont égaux.

Donnez les valeurs de a et c arrondies au mètre le plus proche, sachant que b mesure 100 m.



FIN CATÉGORIES L2, HC